

# Ressourcenbeschränkte Projektplanung bei unterbrechbaren Aktivitäten

Kurzvortrag beim Doktorandenworkshop Nord-Ost 2011 Göttingen

**Tobias Haselmann**

Technische Universität Clausthal

19. Mai 2011



**TU Clausthal**  
Clausthal University of Technology

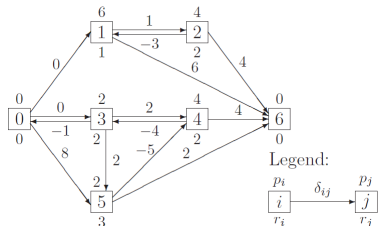
# Agenda

- 1 Einführung
- 2 Probleme der präemptiven Projektplanung
  - Anwendungsbereiche
  - Beschreibungsmodell
  - Semantische Mächtigkeit
- 3 Lösungsrepräsentation und zulässiger Bereich
  - Repräsentation von Schedules
  - Zeitbeziehungen
  - Ressourcenbeschränkungen
- 4 Ausblick

## Motivation für die Arbeit

- Vielzahl von Maschinen-Scheduling-Problemen als Projektplanungsprobleme darstellbar
- **Maschinen-Scheduling: Unterbrechbarkeit** von Jobs/Operationen **intensiv behandelt** (siehe z. B. Baker 1974, French 1982, Błażewicz et al. 2007, Pinedo 2008, Brucker 2009, ...)
- **Projektplanung: Unterbrechbarkeit** von Aktivitäten bisher **kaum untersucht** (Quellen: Richter und Yano 1986, Demeulemeester und Herroelen 1996, Damay et al. 2007)
- Vielfältige **Anwendungsbereiche**:
  - Service Operations Scheduling
  - Smart Grid Scheduling
  - Termin- und Kapazitätsplanung
  - Continuous Process Scheduling
  - ...

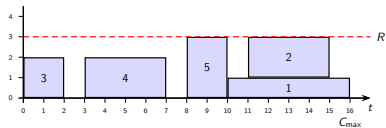
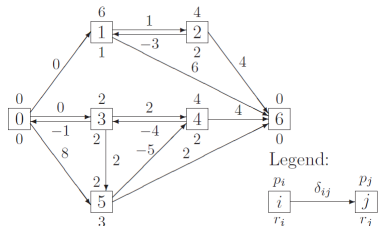
# Ressourcenbeschränkte Projektplanung



$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimize } f(S) \\ \text{subject to } r_k(S, t) \leq R_k \quad (k \in \mathcal{R}, t \geq 0) \\ S_j - S_i \geq \delta_{ij} \quad ((i, j) \in A) \\ S_0 = 0 \end{array} \right\}$$

(Quelle: Neumann K, Schwindt C, Zimmermann J (2003))

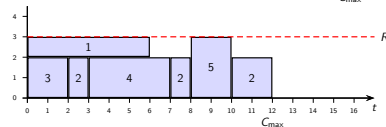
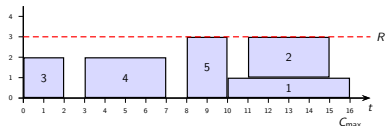
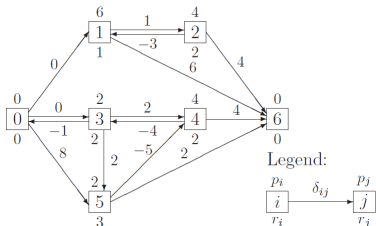
## Ressourcenbeschränkte Projektplanung



$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimize } f(S) \\ \text{subject to } r_k(S, t) \leq R_k \quad (k \in \mathcal{R}, t \geq 0) \\ S_j - S_i \geq \delta_{ij} \quad ((i, j) \in A) \\ S_0 = 0 \end{array} \right\}$$

(Quelle: Neumann K, Schwindt C, Zimmermann J (2003))

## Ressourcenbeschränkte Projektplanung



$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimize } f(S) \\ \text{subject to } r_k(S, t) \leq R_k \quad (k \in \mathcal{R}, t \geq 0) \\ S_j - S_i \geq \delta_{ij} \quad ((i, j) \in A) \\ S_0 = 0 \end{array} \right\}$$

(Quelle: Neumann K, Schwindt C, Zimmermann J (2003))

## Anwendung A1: Steuerung Smart-Grid-fähiger Haushaltsgeräte

**Gegeben:** Elektrische Haushaltsgeräte mit zugehörigen unterbrechbaren Jobs  $j$

- Ausführungszeitfenster  $[r_j, \bar{d}_j]$
- Benötigte elektrische Leistung  $P_j$

**Gesucht:** Betriebszeitintervalle für Geräte, so dass maximaler kumulierter Leistungsbedarf minimal

Modell:  $PS_{\infty} | pmtn, r_j, \bar{d}_j | \max r_t$

- Jobs  $j$ : **unterbrechbare Aktivitäten**  $j$
- Angebot elektrischer Leistung: **erneuerbare Ressource**  $k$  mit  $R_k = \infty$
- Ressourceninanspruchnahmen  $r_{jk} = P_j$
- Zeitfenster: **Zeitabstände**  $S_j \geq S_0 + r_j$ ,  $C_j \leq S_0 + \bar{d}_j$
- Zielfunktion:  $\max_t r_k(t)$  (Resource Investment Problem)

## Anwendung A2: Scheduling von Concurrent-Engineering-Projekten

**Gegeben:** Menge von CE-Projekten  $p$ , die von  $m$  Entwicklungsingenieuren bearbeitet werden

- Projekte  $p$  bestehen aus Sequenzen aufeinanderfolgender, unterbrechbarer Entwicklungsphasen  $(j_1, \dots, j_{n_p})$
- Spätestes Markteintrittsdatum  $\bar{d}_p$  für Projekt  $p$
- Nachfolgende Phase  $j$  kann starten, wenn mindestens  $\xi_i \cdot 100\%$  der vorangehenden Phase  $i$  ausgeführt
- Unterbrochene Entwicklungsphase  $j$  muss von gleichen Ingenieuren fortgeführt werden

**Gesucht:** z. B. Schedule mit möglichst gleichmäßiger Auslastung der Ingenieure



Modell:  $PS|pmtn(uc), temp|\Sigma r_t^2$

- Entwicklungsphasen  $j$  der Projekte  $p$ : unterbrechbare Aktivitäten  $j$
- Ingenieure: erneuerbare Ressource  $k$  mit  $R_k = m$
- Zeitbeziehungen:
  - Markteintrittsdatum: **absoluter Zeitabstand**  $S_0 \geq C_j - \bar{d}_j$
  - Phasenüberlappung: **relativer Zeitabstand**  $S_j \geq \min\{t \mid x_i(t) = \xi_i\}$
- Fortführung durch gleiche Ingenieure: **unit identity constraints**
- Zielfunktion:  $\int r^2(t) dt$

### Allgemeine Zeitbeziehung bei Unterbrechbarkeit

Absolute und relative Zeitabstände zu **allgemeiner Zeitbeziehung**

$\Delta_{ij}(\xi_i, \xi_j, \delta_{ij})$  zwischen Aktivitäten  $i$  und  $j$  zusammengefasst

$$\min\{t \mid x_j(t) = \xi_j\} \geq \min\{t \mid x_i(t) = \xi_i\} + \delta_{ij}(\xi_i, \xi_j) \quad ((i, j) \in A)$$

## Anwendung A3: Termin- und Kapazitätsplanung

- Operationen entsprechen Bearbeitung eines Loses
- Operationen nicht zu beliebigen Zeitpunkten unterbrechbar, sondern nur nach Bearbeitung jeweils einer Einheit (Lot Splitting)
- Modellierung: **diskrete Unterbrechbarkeit**

## Anwendung A4: Continuous Process Scheduling

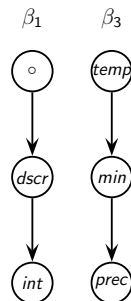
- Prozessabschnitte in kontinuierlicher Prozessführung
- Zwischenprodukte mit konstanten Raten produziert bzw. verbraucht
- Speicherung von Zwischenprodukten in Puffern beschränkter Kapazität
- Modellierung Materialverfügbarkeit und Pufferkapazität:

**Zeitabstandsfunktionen**

$$\Delta_{ij} = (P_{ij}, \delta_{ij}) \text{ mit } \delta_{ij} : P_{ij} \subseteq [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}, (\xi_i, \xi_j) \mapsto \delta_{ij}(\xi_i, \xi_j)$$

## Klassifikation der Problemstellungen

Merkmal	Ausprägungen	$\beta$ -Feld
Unterbrechbarkeit	fractional discrete integer	○ <i>dscr</i> <i>int</i>
Flexibilität	flexible reallocation unit identity	○ <i>uid</i>
Zeitabstand	Vorrangbeziehung Mindestabstand Mindest-/Höchstabstand	<i>prec</i> <i>min</i> <i>temp</i>



## Beschreibungsmodell für präemptive Projektplanung

Modell  $PS|pmtn, temp|f$ Min.  $f(z)$ u. d. N.  $\min\{t \mid x_j(t) = \xi_j\} \geq \min\{t \mid x_i(t) = \xi_i\} + \delta_{ij}(\xi_i, \xi_j)$   $\left( \begin{array}{l} ((i, j) \in A, \\ (\xi_i, \xi_j) \in P_{ij}) \end{array} \right)$ 

$$\sum_{j \in V} r_{jk} z_j(t) \leq R_k$$

 $(k \in \mathcal{R}, t \geq 0)$ 

$$\int_0^\infty z_j(t) dt = p_j$$

 $(j \in V)$ mit  $x_j(t) = \int_0^t z_j(t') dt'$

# Semantische Mächtigkeit

## Im Beschreibungsmodell generisch enthalten ...

- Release dates
- Deadlines
- Absolute und relative Zeitabstände
- Nicht-Unterbrechbarkeit von Aktivitäten
- Diskrete Unterbrechbarkeit von Aktivitäten
- Zeitliche Höchstabstände: negative zeitliche Mindestabstände

# Repräsentation von Schedules

## Unterschiede

### $PS|temp|f(S)$

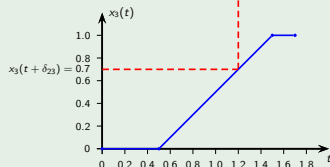
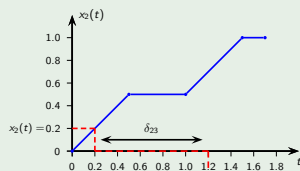
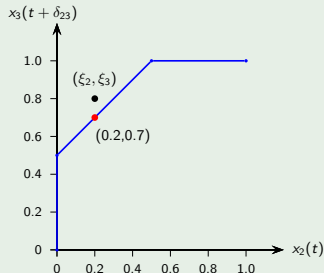
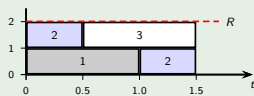
- Aktivität wird genau einmal gestartet und beendet
- Endzeitpunkt ergibt sich aus Startzeitpunkt
- Alle Zeitabstände als Start-Start-Beziehungen darstellbar
- Schedule als **Vektor** der Startzeitpunkte darstellbar

### $PS|pmtn, temp|f(S)$

- Aktivität wird abzählbar häufig (wieder-)gestartet und (vorläufig) beendet
- Endzeitpunkt ergibt sich nicht aus Startzeitpunkt
- Zeitabstände beziehen sich auf Paare von Ausführungsanteilen
- Schedule nicht als Vektor, sondern als **Trajektorie** darstellbar

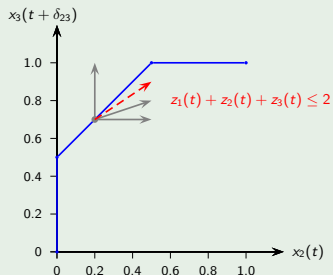
## Beispiel: Trajektorie und Zeitbeziehungen

Gegeben: Schedule  $z$  und Zeitbeziehung  $\Delta_{23} = (\xi_2, \xi_3, \delta_{23}) = (0.2, 0.8, 1)$



- Schedule **zeitzulässig**  $\Leftrightarrow$  Trajektorie verläuft unterhalb oder auf Zeitabstandspunkten

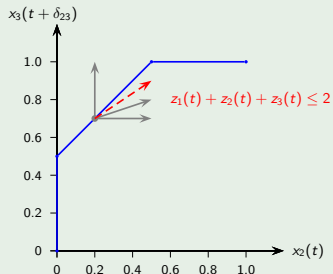
## Beispiel: Trajektorie und Ressourcenbeschränkungen



- Ressourcenbeschränkung:  
 $r_k^\top z(t) \leq R_k$
- Binäre Richtung  $z$  zulässig, wenn  
 $r_k^\top z \leq R_k$
- Schedule **ressourcenzulässig**  $\Leftrightarrow$   
 Trajektorie verläuft stets in zulässige  
 Richtungen



## Beispiel: Trajektorie und Ressourcenbeschränkungen



- Ressourcenbeschränkung:  
 $r_k^\top z(t) \leq R_k$
- Binäre Richtung  $z$  zulässig, wenn  
 $r_k^\top z \leq R_k$
- Schedule **ressourcenzulässig**  $\Leftrightarrow$   
 Trajektorie verläuft stets in zulässige  
 Richtungen

## Zusammenfassung: geometrische Interpretation der Nebenbedingungen

- Zeitliche Nebenbedingungen definieren **Raum**, in dem die Trajektorie verlaufen darf
- Ressourcen-Nebenbedingungen definieren **Richtungen**, in die Trajektorie verlaufen darf

## Ausblick

### Forschungsprogramm Dissertation

- Vertiefung der Literaturrecherche
- Vertiefung der Struktur- und Komplexitätsanalyse
- Entwicklung polynomialer MILP-Formulierungen
- Entwicklung eines Branch-and-Bound Verfahrens für reguläre Zielfunktionen
- Ggf. Entwicklung heuristischer Lösungsverfahren
- Performance-Analyse

# Herzlichen Dank für die Aufmerksamkeit

Kontaktdaten:

Tobias Haselmann

tobias.haselmann@tu-clautsthal.de

05323 - 72 7611

# Literatur I



Baker KR (1974)  
Introduction to Sequencing and Scheduling  
John Wiley, New York



Błażewicz J, Ecker KH, Pesch E, Schmidt G, Węglarz J (2007)  
Handbook of Scheduling  
Springer, Berlin



Brucker P (2007)  
Scheduling Algorithms, 5th ed.  
Springer, Berlin



Damay J, Quilliot A, Sanlaville E (2007)  
Linear programming based algorithms for preemptive and non-preemptive RCPSP  
European Journal of Operational Research 182:1012–1022



Demeulemeester E, Herroelen W (1996)  
An efficient optimal solution procedure for the preemptive resource-constrained project scheduling problem  
European Journal of Operational Research 90:334–348

## Literatur II



French S (1982)

Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job-Shop

Ellis Horwood, Chichester



Neumann K, Schwindt C, Zimmermann J (2003)

Project Scheduling with Time Windows and Scarce Resources, 2nd ed.

Springer, Berlin



Pinedo M (2008)

Scheduling: Theory, Algorithms and Systems, 3rd ed.

Springer, New York



Richter LK, Yano CA (1986)

A comparison of heuristics for preemptive resource-constrained project scheduling

Technical Report, 86-39, University of Michigan, Ann Arbor